



## Entdecke die Möglichkeiten

### TU-Mathematiker findet exakte Formel der Partitionsfunktion

Darmstadt, 16.03.2011. Eine Formel, die Mathematiker seit langem suchen, hat ein Darmstädter jetzt entdeckt: Jan Hendrik Bruinier, Professor am Fachbereich Mathematik der TU Darmstadt, fand mit seinem amerikanischen Kollegen Ken Ono eine endliche exakte Formel der Partitionsfunktion. Die Partitionsfunktion berechnet, wie viele Möglichkeiten es gibt, eine Zahl in Summanden zu zerlegen. Die neue Formel könnte auch außerhalb der Mathematik neue Ergebnisse liefern, etwa in der Verschlüsselungstechnik.

Je größer eine Zahl ist, desto mehr Zerlegungen besitzt sie: Die Drei lässt sich als drei verschiedene Summen schreiben, nämlich  $1+1+1$ ,  $2+1$ , und  $3$ . Die Zehn hat 42 Zerlegungen, die 20 hat schon 627 Zerlegungen und die 100 hat sogar 190.569.292 Zerlegungen. „Die Partitionsfunktion wird sehr schnell sehr groß und ist daher schwer zu fassen“, sagt Jan Hendrik Bruinier. Dem TU-Professor ist es dennoch gelungen, sie zu bändigen. Mit seinem amerikanischen Kollegen Ken Ono hat er eine exakte Formel der Partitionsfunktion gefunden, geschrieben als endliche Summe algebraischer Zahlen.

#### Endlich viele Punkte ergeben das Ganze

Den Weg zur neuen Formel ebneten automorphe Funktionen. Das sind Funktionen, die schöne Symmetrie-Eigenschaften aufweisen: Sie sind ähnlich wie die Sinusfunktion periodisch und enthalten zusätzlich verborgene Symmetrien. Um das Verhalten einer automorphen Funktion zu beschreiben, reicht es daher, sie an bestimmten Punkten auszuwerten, den komplexen Multiplikationspunkten.

Bruinier und Ono haben für ihre Formel der Partitionsfunktion eine spezielle automorphe Funktion entwickelt. Um die Anzahl der Partitionen einer Zahl zu bestimmen, werteten sie die automorphe Funktion an endlich vielen komplexen Multiplikationspunkten aus und addierten die erhaltenen Werte. Die Werte der automorphen Funktion an den komplexen Multiplikationspunkten sind algebraische Zahlen, also Nullstellen eines Polynoms mit ganzzahligen Koeffizienten. „Es überraschte mich, dass so ein schönes Ergebnis heraus kam. Die algebraischen Zahlen geben uns einen neuen, strukturellen Zugang zur Partitionsfunktion“, sagt Bruinier.

Kommunikation und Medien  
Corporate Communications

Karolinenplatz 5  
64289 Darmstadt

Ihr Ansprechpartner:  
Christian Siemens  
Tel. 06151 16 - 32 29  
Fax 06151 16 - 41 28  
[siemens.ch@pvw.tu-darmstadt.de](mailto:siemens.ch@pvw.tu-darmstadt.de)

[www.tu-darmstadt.de/presse](http://www.tu-darmstadt.de/presse)  
[presse@tu-darmstadt.de](mailto:presse@tu-darmstadt.de)



## Ein altes Problem

Formeln für die Partitionsfunktion gibt es seit dem 18. Jahrhundert. Leonhard Euler stellte als erster eine rekursive Formel auf, mit der er die Zerlegungen einer Zahl bestimmen konnte, wenn er wusste, wie viele Zerlegungen die vorhergehenden Zahlen aufwiesen. Godfrey Harold Hardy und Srinivasa Ramanujan entdeckten im 20. Jahrhundert eine Formel, mit der sich abschätzen ließ, wie viele Zerlegungen eine Zahl besitzt. Hans Rademacher verbesserte dieses Ergebnis. Er fand eine exakte Formel, die die Partitionsfunktion als eine unendliche Summe ausdrückt. Wer mit dieser Formel die Partitionsfunktion wirklich berechnen will, muss die unendliche Summe durch eine endliche Summe ersetzen. Der dabei entstehende Fehler muss kontrolliert werden, was zu schwierigen Fragen der analytischen Zahlentheorie führt.

Bruiniers Formel liefert nun in endlich vielen Additionsschritten ein exaktes Ergebnis. Ihre Struktur gibt den Mathematikern zudem die Möglichkeit, Wissen über algebraische Zahlen und automorphe Funktionen auf die Partitionsfunktion anzuwenden, um sie weiter zu untersuchen.

## Die Forschung geht weiter

Mathematiker interessieren sich nicht nur dafür, wie viele Partitionen eine Zahl hat. Sie nutzen die Partitionsfunktion auch, um Symmetrien zu zählen, etwa in der Gruppentheorie. „Für andere Fächer ist die exakte Lösung der Partitionsfunktion ebenfalls interessant“, führt Bruinier aus. Als Beispiele nennt er die Forschung an schwarzen Löchern in der Kosmologie, kombinatorische Fragen in der mathematischen Biologie und die Faktorisierung großer Zahlen in modernen Verschlüsselungsverfahren. Die Frage, ob die Forschung über die Partitionsfunktion für Mathematiker nun beendet sei, verneint Bruinier. „Sie bleibt interessant, weil man jetzt ein neues Werkzeug in der Hand hat, mit dem man die analytischen und arithmetischen Eigenschaften der Partitionsfunktion untersuchen und neue Erkenntnisse gewinnen kann.“

**Pressekontakt (bitte nutzen Sie die Mail-Adresse zur Kontaktaufnahme)**

Prof. Dr. Jan Hendrik Bruinier  
TU Darmstadt  
Fachbereich Mathematik  
bruinier@mathematik.tu-darmstadt.de  
Telefon 06151 / 16-2387

MI-Nr. 18/2011, nvo